CAPÍTULO 1

Partículas, ondas y campos

En nuestra experiencia diaria, tenemos siempre presente la medición. Así, por ejemplo, cuando vamos al supermercado, los productos están etiquetados con el peso y el precio correspondiente. Cuando nos hacemos un análisis de sangre, la cantidad medida de colesterol, o cualquier otro componente, se compara con una tabla que nos indica los niveles máximos y mínimos permitidos para una salud aceptable. Estamos cada vez más obsesionados por el peso y la dieta para conseguir un cuerpo "diez" (en particular, lo que se denomina el índice de masa corporal). En el deporte, la medida del tiempo es fundamental para conocer las marcas o tiempos de un maratón, de los cien metros libres, de una carrera de bicicletas por etapas o la llegada muy ajustada de varios coches a la meta en la Fórmula 1. Alguna de estas pruebas requiere relojes muy precisos para poder medir las centésimas o milésimas de segundo. Más recientemente, estamos en pleno debate sobre el dichoso recibo de la luz. Actualmente, está en discusión que este recibo se pague según una tarifa que se conozca por día, horas e incluso segundos. Obviamente, este proceso de medida "continua" requiere unos aparatos mucho más sofisticados que los tradicionales contadores de la luz, instalados en nuestros domicilios. Otro ejemplo de medida continua es el monitor Holter, que registra continuamente el ritmo cardiaco para conocer cómo reacciona el corazón en la actividad diaria de una persona y detectar así posibles cardiopatías. Hago especial hincapié en este ejemplo pues, como veremos más adelante, los procesos de medida continua juegan un papel muy importante en la teoría cuántica.

A lo largo de la historia de la humanidad, el agobio y la obsesión por las valoraciones cuantitativas de los quehaceres cotidianos no siempre tuvieron lugar. Sin querer entrar en muchos detalles de la evolución histórica de estos comportamientos, sí me gustaría resaltar que se debe principalmente a la aritmética (o arte de calcular) y a la geometría (o medida de tierras), que son los dos pilares básicos sobre los cuales las matemáticas se han desarrollado. Inicialmente, los babilonios y egipcios se vieron en la necesidad de contar las cabezas de un rebaño o medir las lindes de las parcelas de tierra que eran anegadas anualmente por las crecidas del río Nilo. A lo largo de muchos años, se fueron perfeccionando en estas y otras tareas, como una necesidad imperativa, de una vida cotidiana y social más intensa y complicada, que hizo surgir problemas cada vez más complejos. Otra obsesión era el tiempo. Los babilonios, observando las fases lunares y los ciclos repetitivos de las estaciones, empezaron a establecer reglas para poder llevar una vida mucho mejor en protección y previsión. Esta continua actividad mental hizo necesarios grados de abstracción cada vez más desarrollados. Cuando se tienen que manejar grandes cantidades de un cierto producto, el cálculo mental es más complicado que el uso de números y su manipulación, aunque se requiera el conocimiento de ciertas reglas de combinación. La aparición de los números, las reglas de la aritmética más elemental o el cálculo de áreas y volúmenes llevaron también a más aplicaciones y demostraciones de hechos que seguían pautas de comportamiento general y universal. Evidentemente, este progreso fue debido a mentes maravillosas que nos iniciaron en el camino de la abstracción y del lenguaje matemático.

Dando un salto muy grande en el tiempo, me gustaría ilustrar, con un sencillo ejemplo, la forma de pensar las matemáticas por personas simplemente brillantes. Evidentemente, hay muchos ejemplos que podrían ser entresacados a lo largo de la historia y desarrollo de este disciplina. Una de las operaciones matemáticas básicas para un alumno de bachillerato es la integración. Esta operación es la inversa de la operación de derivación y se utiliza, por ejemplo, en el cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos. La integral más conocida se debe al gran matemático alemán Riemann (1826-1866). Los matemáticos, en su permanente actividad de generalizar los conceptos y operaciones previamente adquiridos, decidieron generalizar también la integral. Pues bien, como resultado de esa generalización, se llegó a lo que se conoce como la integral de Lebesgue (1875-1941), matemático francés.

Para comprender el principio fundamental de estas dos integrales consideremos el siguiente ejercicio simple. Imaginemos que tenemos un conjunto de monedas de euro y sus fracciones de distinto valor y queremos conocer la cantidad de dinero total que poseemos. Hay dos formas de hacerlo. Primero, podemos colocar las monedas en fila y sumamos el valor de cada una al valor de las precedentes. Segundo, podemos colocar las monedas en montones de forma que cada montón sea del mismo valor; a continuación, contamos el número de monedas de cada montón, multiplicamos este número por el valor de la moneda correspondiente y, finalmente, sumamos. Obviamente, la suma total coincide. Así, cuando este sencillo y fácil ejercicio, sacado de la vida diaria, se lleva a la pura abstracción de las funciones matemáticas, cada forma de contar da lugar a una operación de integración diferente. El primer método corresponde al proceso de integración de Riemann y, el segundo, al proceso de integración de Lebesgue. Gracias a la capacidad humana de abstracción y generalización, cultivada ampliamente en nuestra sociedad, nuestro progreso no tiene de momento descanso.

Por otra parte, desde tiempos remotos, siempre hemos tenido conflicto entre conceptos opuestos y excluyentes: lo concreto y lo abstracto, discreto y continuo, finito e infinito, particular y general, divisible e indivisible, localizado y no localizado, vivo y muerto, etc. En el proceso de medida, lo continuo es medido por unidades individuales o discretas (una pared de varios metros de largo se mide usualmente con un metro, unidad de medida de longitud finita y, por tanto, discreta). Pero lo más interesante en esta dialéctica reside en las paradojas. Como bien sabe el lector, el famoso filósofo griego Zenón de Elea, que vivió alrededor del siglo V antes de Cristo, es reconocido como el padre de las paradojas. Siempre tuvo un especial interés sobre lo continuo y las relaciones entre tiempo, espacio y movimiento. Entre las cuarenta que se le atribuyen, aunque solo nos han llegado unas diez, Zenón se centra en las paradojas del movimiento.

La primera es la paradoja de Aquiles y la tortuga. Supongamos que Aquiles quiere alcanzar corriendo a una tortuga que avanza a un paso mucho más pausado y distante un kilómetro de Aquiles. Cuando Aquiles alcanza la posición de partida de la tortuga, la tortuga habrá recorrido un espacio pequeño. Cuando, de nuevo, Aquiles alcanza la nueva posición de la tortuga, esta habrá recorrido un espacio todavía más pequeño que en la primera fase. Y así, la tortuga llevará siempre la ventaja en espacios infinitamente pequeños. Por tanto, Aquiles, el corredor más rápido de la historia, nunca podrá alcanzar a la tortuga. En aquella época era muy difícil rebatir contra este razonamiento, en principio, impecable. Hoy en día (y ya hace bastante tiempo) es bien conocido que la suma de infinitos sumandos puede dar lugar a un número finito. La segunda es la paradoja de la flecha que es también popular. Supongamos que lanzamos una flecha. Cuando se encuentra en el aire podemos afirmar que, en cada instante, la flecha ocupa una única posición que, además, equivale a la propia flecha. Es decir, en cada instante, la flecha se halla en reposo con respecto al espacio que ocupa ya que, de otro modo, no sería un instante de tiempo. Pensemos en los fotogramas de una película donde el movimiento se crea por la rápida sucesión de posiciones en reposo de la flecha. Como se ha afirmado que en cada instante, la flecha permanece en reposo, podemos concluir que, entre dos instantes consecutivos, la flecha también permanece en reposo. Como también veremos más adelante, el efecto Zenón juega un papel fundamental para entender la medida en la teoría cuántica.

Con estas ilustraciones sencillas, quiero también poner de manifiesto que somos esclavos de nuestro propio lenguaje. Quizá el argumento más socorrido es la famosa paradoja del mentiroso que, en su versión más antigua, se atribuye al griego Eubulides de Mileto (siglo IV antes de Cristo). Un hombre afirma que está mintiendo. ¿Lo que dice es verdadero o falso? Aquí se entra de lleno en la lógica, una de las ramas de las matemáticas y en un nombre que sobresale entre todos, Gödel (1906-1978). Este matemático austriaco demostró que si los axiomas de una teoría no se contradicen entre sí, entonces existen enunciados que no pueden probarse ni refutarse a partir de ellos. Y como consecuencia de este hecho, afirma que una de las sentencias indecidibles de dicha teoría es aquella que "afirma" la consistencia de la misma. Los teoremas de *incompletitud*[1] de Gödel, aunque inicialmente supusieron una bofetada a la racionalidad, son considerados uno de los grandes avances de la lógica matemática. Como apunte bibliográfico curioso, en sus últimos años de vida, sufrió de inestabilidad mental y murió por desnutrición e inanición. Es bien conocido que tenía temores obsesivos a ser envenenado y no comía a menos que su mujer probara la comida antes que él. Desgraciadamente, su mujer fue hospitalizada durante un periodo largo de tiempo y no pudo seguir probando su comida. Gödel decidió entonces no comer, llegando al extremo de provocar su propia muerte.

Finalmente, ante tanta altura intelectual, bajemos a tierra firme, recordando una anécdota muy socorrida en este contexto de los conceptos opuestos y excluyentes. El problema que se le plantea a una abuela que tiene solo tres patatas y quiere repartirlas a partes iguales entre sus dos nietos. La sabia abuela ante tal dilema decide que lo mejor y más equitativo para sus dos nietos es ¡hacer puré! Otra mente maravillosa…

---

1. El término *incompletitud* no existe en el *Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española*. No obstante, este se utiliza ampliamente en los escritos especializados.

Siguiendo con el conflicto dialéctico y mental que tenemos ante conceptos opuestos y excluyentes, el lenguaje literario nos suministra una figura muy importante que viene como anillo al dedo: el *oxímoron*. La gran diferencia con la paradoja es que se reduce a una expresión simple que lleva a la contradicción e incoherencia. Las más famosas son: un silencio ensordecedor, el hielo abrasador, la docta ignorancia, la calma tensa, etc. Siguiendo con las analogías, en neurofisiología, la *sinestesia* es la facultad que tiene una persona para experimentar sensaciones como resultado de la interferencia de diferentes sentidos. Por tanto, un sinestésico puede, por ejemplo, oír colores, ver sonidos, etc. Adelantando acontecimientos, yo diría que la teoría cuántica, que no puede ser *desligada* del proceso de medición, es un permanente oxímoron en un mundo paradójico y sinestésico. De una forma más precisa, podemos decir que es la disciplina científica que estudia el comportamiento de las partículas microscópicas. Si la etología es la disciplina que estudia el carácter y modos del comportamiento humano y animal, podríamos extenderlo al mundo de lo pequeño y hablar, en sentido amplio, de la *etología cuántica*. Como uno se puede imaginar, la tarea que se me viene encima no es nada fácil. Lo único que me puede consolar es lo que el físico estadounidense Gell-Mann decía de esta nueva mecánica: "La mecánica cuántica, esa misteriosa y desconcertante disciplina que ninguno de nosotros entiende realmente, pero todos sabemos cómo utilizarla".

En el apartado anterior, se ha destacado el hecho de que el proceso de medida está íntimamente ligado al sistema que se quiere estudiar en el mundo microscópico, el cual está regido por las leyes de la teoría cuántica. Por el contrario, el mundo macroscópico está gobernado por las leyes de la mecánica clásica y el proceso de medición es un proceso independiente del objeto que se mide. Así, un objetivo básico de este libro consistirá en intentar mostrar cómo el hecho de *medir* un proceso físico tiene consecuencias importantísimas en el mundo de lo pequeño, hecho totalmente insólito según nuestra experiencia diaria.

El oxímoron en mecánica cuántica es pues la "onda partícula" o la "partícula onda", como se quiera decir. En un lenguaje más especializado, se habla del dualismo "onda-corpúsculo" y queda recogido en esta teoría como *principio de complementariedad* del físico danés Bohr (1885-1962). Estos dos conceptos o entes abstractos son claramente excluyentes. Una partícula material (o corpúsculo o grano) ocupa un espacio pequeño, diminuto, localizado o limitado, mientras que una onda es esencialmente continua y, en principio, extensa, no localizada e ilimitada en el espacio, según se puede apreciar en la figura 1. Pensemos en un corcho o una pelota en el océano y una ola que se propaga en él. Cuando tomamos ambos conceptos abstractos independientemente, estamos pensando con una mentalidad "clásica", es decir, de acuerdo a nuestra vivencia diaria, la partícula (corcho, pelota, etc.) y la onda (ola) se rigen por leyes de movimiento (la mecánica es la doctrina del movimiento) radicalmente diferentes, como se puede intuir fácilmente. Repasemos, muy brevemente, las principales características de la partícula o corpúsculo y la onda.

FIGURA 1

Representación esquemática de la partícula o corpúsculo (arriba) y la onda (abajo). La repetición de la longitud de onda, infinitas veces, le da el carácter periódico y, por tanto, repetitivo, ilimitado o infinito al tren de ondas.