

Introducción

Para mí no hay emoción o satisfacción comparable a la que produce la actividad creadora, tanto en ciencia como en arte, literatura u otras ocupaciones del intelecto humano. Mi mensaje, dirigido sobre todo a la juventud, es que si sienten inclinación por la ciencia, la sigan, pues no dejará de proporcionarles satisfacciones inigualables.

SEVERO OCHOA

La Geometría Diferencial es una disciplina presente en el núcleo central de todos los estudios de Matemáticas, así como una herramienta básica en el desarrollo de otras ciencias, como Física, Biología, Arquitectura e Ingeniería. En este libro presentamos un Curso de Geometría Diferencial de Curvas y Superficies, que es el resultado de nuestra experiencia en dicho campo como docentes e investigadores.

Para el estudio de esta disciplina se requiere un cierto grado de madurez científica. Los primeros aspectos que se deben tener presentes son los requisitos de la asignatura: Topología, Cálculo, Álgebra y Ecuaciones Diferenciales fundamentalmente. Conscientes de esta situación y de estos requerimientos previos, hemos pretendido elaborar un texto lo más didáctico y autocontenido posible, dentro de nuestras competencias como profesores de Geometría y Topología. Así, con un lenguaje claro, directo y sencillo, con el desarrollo de demostraciones detalladas y, finalmente, con una exhaustiva relación de ejercicios (incluyendo también la resolución de estos y el uso de *software* específico como instrumento para ayudar a comprender muchos de los contenidos), pensamos que el estudiante tiene en este libro una buena herramienta para encarar el aprendizaje de esta singular rama de las Matemáticas, verdadero puente que comunica y relaciona diferentes disciplinas como la Topología, el Álgebra y el Análisis.

En relación con los contenidos, hemos tenido que resolver el compromiso entre abarcar el mayor número de tópicos posibles, por un lado, y, por otro, desarrollar con suficiente claridad y detalle cada uno de los temas tratados. Creemos haber encontrado un equilibrio más o menos razonable: los contenidos son los estándares en la mayoría de los cursos de Geometría Diferencial, y los tópicos cuyos desarrollos, por diversas razones, no han tenido cabida en el libro, se nombran e interrelacionan con los que sí aparecen. Además, para estos temas proporcionamos una extensa bibliografía con objeto de satisfacer a los estudiantes más avanzados.

Este curso se inspira en los dos mejores libros, a juicio de los autores, sobre Geometría de Curvas y Superficies que existen editados en castellano: el clásico libro de

do Carmo [20] y el original Montiel y Ros [49]. Estos dos textos son radicalmente distintos: el primero, mucho más antiguo, ofrece un tratamiento clásico de la mayor parte de problemas (decimos *clásico*, aunque en su momento fue evidentemente novedoso). Se trata de un texto enfocado al alumno de nivel medio y hace referencia continuamente a aspectos y temas no contenidos explícitamente en el libro (resultados de ecuaciones diferenciales y tópicos sobre topología de superficies). El segundo es un libro con un tratamiento más moderno y está inspirado directamente en la experiencia de los autores como investigadores de primera fila. Este hecho hace que la manera de afrontar los distintos tópicos sea, con frecuencia, novedosa y audaz. Aun así, tal aproximación se nos antoja en ocasiones ciertamente compleja para un alumno que está cursando sus primeros años como graduado, y la vemos más conveniente para estudios más avanzados.

Inspirados en el espíritu de ambos textos, y teniéndolos como referencia, hemos pretendido elaborar nuestra propuesta recogiendo las que, a nuestro juicio, consideramos que son las mejores características de ambos. Es la *ventaja* de ir por detrás: que uno hereda todo lo bueno que hubo antes. Esperamos haberlo conseguido y, en cualquier caso, queremos remarcar de nuevo el hecho de que estamos ante un Curso de Geometría, esto es, un libro cuya única pretensión (como si fuera poca) es ser un buen libro de texto para que los estudiantes aprendan.

No queremos terminar esta introducción sin hacer referencia al período crucial en el que nos encontramos a nivel universitario, con una reforma pendiente de gran calado como resultado de la adaptación de nuestros estudios al ámbito europeo. En este sentido, este es un libro de texto enfocado a satisfacer tanto la demanda de los futuros graduados como las necesidades de los estudiantes de postgrado en Matemáticas. Recordemos que los contenidos de las nuevas titulaciones se organizan en materias y estas, a su vez, se desglosan en asignaturas. A modo de ejemplo, tal y como recomienda el Libro Blanco para el Título de Grado en Matemáticas, dentro de los contenidos obligatorios del grado debe figurar la materia «Topología y Geometría Diferencial», con una carga lectiva que oscilará entre los 12,5 y los 17,5 créditos ECTS, según estipule cada universidad en sus proyectos de grado. A día de hoy, prácticamente todos los proyectos presentados para su verificación desglosan esta materia en dos o más asignaturas, en las que la Geometría Diferencial aparece como la protagonista indiscutible. Así pues, y sin temor a equivocarnos, podemos decir que se trata de una materia de *paso obligado* para todos los futuros graduados y estudiantes de postgrado, que jugará un papel decisivo en su formación como profesionales de las Matemáticas.

Con independencia de su lógica ubicación dentro de los estudios de Matemáticas, este curso puede utilizarse como libro de consulta en otras disciplinas científicas, debido al carácter transversal e interdisciplinar de la Geometría Diferencial. Así, en los estudios de Física, una de las materias más frecuentes es la Teoría de la Relatividad y sus diversas consecuencias e implicaciones. Las Matemáticas que se utilizan en estas disciplinas son fundamentalmente Geometría Diferencial, y los centros que imparten

actualmente la licenciatura de Física (y que impartirán también los futuros grados y másteres) introducen en sus *curricula* asignaturas con nombres dispares (Métodos Matemáticos para la Física, Álgebra y Geometría, Geometría Diferencial, etc.) cuyo cuerpo central de estudio está ampliamente tratado en este libro. En este sentido, este curso de Geometría Diferencial es también una herramienta idónea, ya que el carácter básico del texto y sus numerosos ejemplos hacen de él un eficaz instrumento para el estudiante de Ciencias Físicas.

Finalmente, en lo que respecta a carreras como Biología, Arquitectura e Ingeniería, el libro trata algunos temas puntuales que aparecen en estas disciplinas como tópicos avanzados (la geometría del ADN, formas óptimas de la naturaleza, configuraciones geométricas aplicadas a la arquitectura, geodesia, cartografía, topografía, etc.). Así, pensamos también que este curso puede ser muy útil para estudiantes avanzados de estas carreras técnicas que necesitan consultar, al menos puntualmente, un texto sobre Geometría.

Con el deseo de que nuestra aportación signifique un acercamiento enriquecedor a la Geometría Diferencial por parte de los alumnos de Matemáticas y de todas estas otras disciplinas científicas, nos despedimos, no sin antes agradecer a nuestros compañeros, los profesores Luis José Alías Linares, Pascual Lucas Saorín, Miguel Ángel Meroño Bayo y Pablo Mira Carrillo, la ayuda prestada, los buenos consejos y las acertadas indicaciones, correcciones y sugerencias en la redacción de este libro. Muy especialmente, queremos manifestar nuestra gratitud al profesor Ángel Ferrández Izquierdo, pues apostó decididamente por este proyecto desde sus inicios, facilitándonos enormemente la tarea de convertir, lo que era un sueño sencillo, en un ambicioso proyecto editorial.

MARÍA DE LOS ÁNGELES HERNÁNDEZ CIFRE
JOSÉ ANTONIO PASTOR GONZÁLEZ